UNIVERSIDAD DE MURCIA

Departamento de Matemáticas

Profs. Bernardo Cascales • José M. Mira • Luis Oncina

Funciones de una variable real II

Prácticas con Maxima

En esta práctica manejaremos los siguientes comandos de MAXIMA. Para conocer en profundidad la sintaxis de los mismos usad en la ventana de MAXIMA

? *comando*

(símbolo de interrogación, espacio, nombre del comando a consultar).

Mención especial hacemos al símbolo %. Ejecutar la orden *comando(%) da como resultado lo que indique comando sobre el último resultado obtenido (último output).*

comando	*breve descripción*
:	*asignación de variables/funciones*
diff	*deriva la función correspondiente respecto de la variable indicada*
ev	*evalúa una función en un valor*
find_root	*encuentra de forma aproximada la raíz de una ecuación*
float	*expresa un número en forma decimal*
integrate	*calcula la integral de una función*
is	*responde verdadero o falso a alguna operación*
kill	*elimina la asignación de valores anteriores*
makelist	*genera una lista de valores*
numer	*función que expresa un número en forma decimal*
limit	*calcula el límite de una función en un punto*
quad_qags	*realiza integración numérica*
simplify_sum	*expresa una suma de n valores de forma simplificada*
solve	*resuelve ecuaciones*
sum	*suma valores desde un valor de un índice hasta otro*
trunc	*nos sirve para "truncar" un polinomio de Taylor "infinito"*
wxplot2d o plot2d	*dibuja gráficas de funciones reales de una variable real*

1. *Calculad los siguientes límites*

$$A)\ \lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x^2)-2+2\cos x}{\operatorname{sen}^2 x + 2\sqrt{1-x^2}-2}, \qquad B)\ \lim_{x\to\infty} x^4 \log(\cos\big(1/x\big)) + \frac{x^3}{2}\operatorname{sen}\big(1/x\big)$$

2. *Demostrad la siguiente desigualdad:*

$$\log(1+x) < \tan x \text{ para } x \in (0,1)$$

3. *Hallad los extremos relativos y absolutos de las funciones:*

   A) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 12$ *en el intervalo* $[-2,3]$

   B) $g(x) = x^2 - \frac{e^x}{2}$ *en el intervalo* $[-1,2]$.

4. *Estudiad y representad gráficamente la función*

$$f(x) = xe^{1/x}$$

5. *Usando el polinomio de Taylor apropiado de la función* $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$ *calculad el valor aproximado de* $\sqrt[3]{1,3}$ *con error menor de* 10^{-8}.

6. *Calculad las siguientes integrales*

$$A)\ \int_1^2 \frac{\log x}{x}, \quad B)\ \int_2^3 \frac{x}{\log x}, \quad C)\ \int_0^1 \frac{\cos x}{1+x^2}$$

   Es una consecuencia de la caracterización de la integrabilidad Riemann en términos de las sumas de Riemann que si $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ *es una función continua, entonces*

$$\lim_{n\to\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} f(z_k) = \int_0^1 f,$$

   para cualquier elección de $z_k \in [a + \frac{(b-a)}{n}(k-1), a + \frac{(b-a)}{n}k]$ *para* $1 \le k \le n$ *naturales.*

7. *Calculad los siguientes límites*

   A)

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n} \sqrt{\left(\frac{n^2}{n^2+j^2}\right)^3}$$

   B) Si $p > 0$,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1^p + 2^p + \ldots + (2n-1)^p}{n^{p+1}}$$

8. *Calculad la siguiente integral* $\displaystyle\int_0^1 x^4$