UNIVERSIDAD DE MURCIA

**Departamento de Matemáticas**

Profs. Bernardo Cascales • José M. Mira • Luis Oncina

# Funciones de una variable real II
## Curso 2013-14
## Relación 6. Integrales impropias

1. Estudie la convergencia de las siguientes integrales impropias:

$$\text{A)} \int_0^{+\infty} \frac{x}{e^x - 1}\, dx \qquad \text{B)} \int_0^{+\infty} (2 + \operatorname{sen} x)\, dx$$

$$\text{C)} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{(1 - \cos x)^\alpha}\, dx \quad \text{D)} \int_0^1 x^a \log x\, dx$$

2. Estudie la convergencia de las siguientes integrales, calculando, eventualmente con Maxima, aquellas que sean convergentes, ya sea de forma exacta o numérica:

$$\text{A)} \int_2^{+\infty} e^{2x}(x^2 + 3x)\, dx \quad \text{B)} \int_1^{+\infty} \frac{x}{1 + x^4}\, dx \quad \text{C)} \int_0^{\infty} e^{-t^2}\, dt \quad \text{D)} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\, dx$$

3. Determine el área de la región determinada por la curva de ecuación $f(x) = 1/x$ para $x \geq 1$ y el eje OX. Determine también el volumen del sólido engendrado al girar dicha región en torno al eje OX.

4. Conociendo las fórmulas relevantes $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ y $\displaystyle\int_0^{\infty} e^{-t^2}\, dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, y usando técnicas de cambio de variable o integración por partes, demuestre que

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x \cos x}{x}\, dx = \frac{\pi}{4}, \qquad \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^2}\, dx = \frac{\pi}{2}, \qquad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\, dx = \sqrt{\pi}.$$