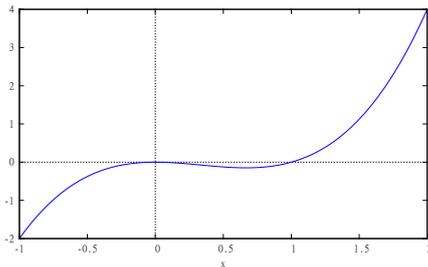


Funciones de una variable real II
Curso 2013-14
Relación 2. Convexidad.

Lo básico

1. La siguiente gráfica se corresponde con la de la derivada de una función $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$. Responded verdadero o falso razonando la respuesta.



- a) f es estrictamente creciente para $-1 < x < 0$.
 b) f es convexa en $(-1, 0)$.
 c) f posee un máximo relativo en $x = 0$.
 d) f posee dos puntos de inflexión en $[-1, 2]$.
 e) f posee un mínimo relativo en $x = 1$.

Lo que hay que saber hacer

2. Estudiad y representad la funciones:

A) $f(x) = x^3 \log |x|$.

B) $g(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$.

C) $h(x) = x^2 e^{-x}$.

3. Probad que para $x \in [0, \pi/2]$ se verifica $\sin x \geq \frac{2x}{\pi}$.
 4. Dados n números positivos a_1, a_2, \dots, a_n , se llama media aritmética y media geométrica de ellos a los números definidos por

$$MA := \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}; \quad MG := \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$$

Tomando logaritmos, demostrad que $MG \leq MA$.

Con un poco de esfuerzo...

5. Sea $f(x) = \frac{x}{\sin x}$ en el intervalo $[0, 1]$. Dibuja con Maxima la gráfica de f . ¿Cual es tu conjetura sobre el crecimiento y la convexidad de f ? Demuestra tu conjetura.

Retos para los más osados

6. En clase vimos, usando desarrollos de Taylor, que

$$0 \leq \tan x - \sin x \leq 3x^3 \text{ si } x \in [0, \pi/4].$$

Prueba ahora que, de hecho, podemos encontrar una estimación mejor:

$$0 \leq \tan x - \sin x \leq x^3 \text{ si } x \in [0, \pi/4].$$