Funciones de una variable real I. 23/12/2011. TEST 6.

TIPO 01

ATENCIÓN: Rellene los datos de la cabecera: a la izquierda el D.N.I. (en dos formas), a la derecha facultad, asignatura, apellidos, nombre y fecha.

1. ¿Cuántas raíces reales tiene la ecuación $x^4 + 3x^3 + 1 = 0$?

   a) No tiene raíces reales.
   b) 1 raíz.
   c) 2 raíces.________ **Opción correcta**
   d) 3 raíces.
   e) 4 raíces.
   f) Ninguna de las anteriores.

2. Se considera la función $f(x) = x^4 + 3x^3 + 1$ definida para $x \in [-3, 1]$.

   a) $f(x)$ alcanza su máximo absoluto en $x = -3$ y su mínimo absoluto en $x = 1$.
   b) $f(x)$ alcanza su máximo absoluto en $x = -3$ y su mínimo absoluto en $x = 0$.
   c) $f(x)$ alcanza su máximo absoluto en $x = 1$ y su mínimo absoluto en $x = -9/4$. **Opción correcta**
   d) $f(x)$ tiene un mínimo relativo en $x = 0$ que no es mínimo absoluto.
   e) $f(x)$ tiene un máximo relativo en $x = 0$.
   f) Ninguna de las anteriores.

3. Sea $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ estrictamente creciente. Entonces:

   a) Si f es derivable en $(0, 1)$, se tiene que $f'(x) > 0$ para todo $x \in (0, 1)$.
   b) f es sobreyectiva.
   c) f es continua en $[0, 1]$.
   d) f es inyectiva en $[0, 1]$.________ **Opción correcta**
   e) Si su imagen no es el intervalo $[f(0), f(1)]$ entonces existe algún $c \in [0, 1]$ en el que f no es continua.________ **Opción correcta**
   f) Ninguna de las anteriores.

4. Sea $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ derivable y $M > 0$. Entonces:

   a) Si $|f'(z)| \leq M$ para todo $z \in (a, b)$, se concluye que $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$ para todo $x, y \in (a, b)$.________ **Opción correcta**
   b) f es uniformemente continua en (a, b).
   c) f es continua pero no tiene por qué ser uniformemente continua en (a, b).____ **Opción correcta**
   d) Si $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$ para todo $x, y \in (a, b)$, se concluye que $|f'(z)| \leq M$ para todo $z \in (a, b)$.________ **Opción correcta**
   e) Existen y son finitos los límites $\lim_{x \to a^+} f(x)$ y $\lim_{x \to b^-} f(x)$.
   f) Ninguna de las anteriores.

Departamento de Matemáticas. Campus de Espinardo. 30100 Espinardo Murcia
e-mail: beca@um.es, luis@um.es, matias@um.es, tmsignes@um.es

5. Sea $f(x) = x^3 \log(x)$ para $x \in (0, +\infty)$ y $f(0) = 0$.

   a) f es creciente en $(0, +\infty)$.
   b) f tiene un mínimo relativo en $(0, 1)$. ____ **Opción correcta**
   c) Existe f' para $x \in [0, +\infty)$ y es continua. ____ **Opción correcta**
   d) Existe $f'(0) \neq 0$.
   e) f tiene un mínimo relativo en $(0, 1)$ pero no es absoluto ya que no está acotada inferiormente.
   f) Ninguna de las anteriores.

6. Sea $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ derivable tal que $S = \{x \in [0, 1] : f(x) = 0\}$ es un conjunto infinito. Entonces:

   a) f es necesariamente la función idénticamente nula.
   b) Existe $c \in [0, 1]$ tal que $f(c) = f'(c) = 0$. ____ **Opción correcta**
   c) La función
   $$g(x) := \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$
   verifica las hipótesis dadas. ____ **Opción correcta**
   d) La función
   $$g(x) := \begin{cases} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$
   verifica las hipótesis dadas.
   e) Ninguna de las anteriores.

7. Sea $f : (0, 1) \longrightarrow \mathbb{R}$ continua y tal que existen y son finitos $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ y $\lim_{x \to 1^-} f(x)$, entonces:

   a) f es uniformemente continua. ____ **Opción correcta**
   b) Existe $\lim_{x \to 0^+} f(x) \operatorname{sen}(1/x)$.
   c) f es acotada. ____ **Opción correcta**
   d) f alcanza su máximo absoluto y su mínimo absoluto.
   e) No puede existir una función f con las propiedades dadas, salvo que sea constante.
   f) Ninguna de las anteriores.

Departamento de Matemáticas. Campus de Espinardo. 30100 Espinardo Murcia
e-mail: beca@um.es, luis@um.es, matias@um.es, tmsignes@um.es

8. Para $0 < x < \frac{\pi}{2}$ se considera la función $f(x) = \log(\frac{1+\sqrt{\operatorname{sen} x}}{1-\sqrt{\operatorname{sen} x}}) + 2\arctan(\sqrt{\operatorname{sen} x})$. Entonces:

   a) $f'(x) = \sqrt{\operatorname{sen} x}$
   b) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sen} x}}$
   c) $f'(x) = 1$
   d) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{\operatorname{sen} x}\cos x}$ ________ **Opción correcta**
   e) $f'(x) = \frac{1}{1+\operatorname{sen} x}$.
   f) Ninguna de las anteriores.

9. Calcular $\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^6 - x^6}{h}$.

   a) 0
   b) $6x^5$ ________ **Opción correcta**
   c) $3x^2$
   d) 1
   e) $x^6 h$.
   f) Ninguna de las anteriores.

10. Calcular $\lim_{x\to\infty} (\log x)^{(\frac{1}{1-\log x})}$.

   a) $+\infty$.
   b) 1. ________ **Opción correcta**
   c) 0.
   d) e
   e) $\log 2$.
   f) Ninguna de las anteriores.