Fundamentos de Topología

Profesorado

- Dr. D. Bernardo Cascales Salinas (responsable)
  ✉: beca@um.es☎: 968364174
- Dr. D. José Orihuela Calatayud
  ✉: joseori@um.es☎: 968363539

Objetivos del aprendizaje

Introducir y familiarizar al alumno con técnicas finas de la topología conjuntista que tienen que ver con el análisis matemático. Nos centramos en aquellos aspectos que suministran herramientas necesarias para el estudio de cuestiones actuales del análisis funcional, en las que ambos profesores cuentan con experiencia y publicaciones, y que tengan además conexiones no triviales con otras ramas del análisis matemático. Los alumnos que sigan y superen este curso estarán en condiciones de iniciar tareas de investigación en las líneas que desarrollan los profesores del mismo.

Temario

1. **Compacidad, metrización y fragmentabilidad**. Redes, filtros, inmersión en cubos y compactificaciones. Normalidad, paracompacidad y metrización. Métricas y topologías sobre un conjunto dado, fragmentabilidad, compactos de Eberlein y teorema de Namioka de continuidad conjunta, Lema de Uryshon y teorema de extensión de Tietze para funciones continuas en la topología y de Lipschitz en la métrica. Compactos de Radon-Nikodým. Aplicaciones a diferenciabilidad de funciones convexas.
2. **Compacidad en espacios de funciones**. Compactos débiles en espacios de Hilbert y en espacios de Banach. La propiedad de Lindelof y los compactos de Corson. Funciones de la primera clase de Baire y de la primera clase de Borel, Teorema de Lebesgue y Hausdorff. Compactos de Rosenthal.
3. **Selectores**. Teoremas de Michael, Kuratowski y Ryll-Nardzewski. Operadores lineles de extensión, teorema de Borsuk Dugundji. Selectores de la primera clase de Baire para multifunciones superiormente semicontinuas, teorema de Jayne Rogers. Aplicaciones a la geometría de espacios de Banach.
4. **Teoremas del punto fijo**. Aplicaciones contractivas y teorema de S. Banach, conjuntos fractales como puntos fijos de sistema iterados de funciones. Aplicaciones no expansivas en espacios de Hilbert, teorema de Kirk. Teorema de Borsuk, teorema de Brower y teorema de Schauder. Principio de Leray Schauder sobre estimaciones a priori, aplicaciones a las ecuaciones diferenciales.
5. **Topología de la dimensión infinita**. Teoremas de Anderson y Kadec sobre homeomorfismo de todos los espacios de Banach separables. Homeomorfismos Lipschitzianos, una nueva perspectiva.

Bibliografía

- Y. Benyamini y J. Lindenstrauss. *Geometric nonlinear functional analysis. Vol. 1*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2000.
- C. Bessaga y A. Pełczyński. *Selected topics in infinite-dimensional topology*. PWN—Polish Scientific Publishers, Warsaw, 1975, Monografie Matematyczne, Tom 58. [Mathematical Monographs, Vol. 58].
- R. Deville, G. Godefroy y V. Zizler. *Smoothness and renormings in Banach spaces*. vol. 64, Pitman Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, 1993.
- J. Dugundji y A. Granas. *Fixed point theory. I*. Monografie Matematyczne [Mathematical Monographs], vol. 61, Państwowe Wydawnictwo Naukowe (PWN), Warsaw, 1982.
- R. Engelking. *General topology*. PWN- Polish Scientific Publishers, 1977.
- M. Fabian. *Gâteaux differentiability of convex functions and topology*. John Wiley & Sons Inc., New York, 1997.
- M. Fabian, P. Habala, P. Hájek, V. Montesinos Santalucía, J. Pelant y V. Zizler. *Functional analysis and infinite-dimensional geometry*. CMS Books in Mathematics/Ouvrages de Mathématiques de la SMC, vol. 8, Springer-Verlag, New York, 2001.
- J. E. Jayne y C. A. Rogers. *Selectors*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2002.
- J. L. Kelley. *General topology*. Springer-Verlag, New York, 1975.
- S. Todorcevic. *Topics in topology*. Lecture Notes in Mathematics, vol. 1652, Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- J. van Mill. *The infinite-dimensional topology of function spaces*. North-Holland Mathematical Library, vol. 64, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 2001.

Enfoque metodológico

Ofreceremos un acercamiento intuitivo a los objetos matemáticos que se estudiarán, para asegurar que el estudiante se haga una idea “profesional” del área, que debe ser suficientemente buena tanto para estudios posteriores como para iniciarse en la investigación a lo largo de las líneas desarrolladas en el curso.

Junto a las conferencias que el profesor presentará, los estudiantes serán guiados y aconsejados a lo largo del curso. Los problemas y ejercicios propuestos durante el curso tendrán que ser resueltos por el estudiante. Aprovecharemos las visitas a nuestro grupo de investigación de algunos especialistas bien conocidos, con los que los estudiantes podrán charlar y discutir de problemas matemáticos. Es nuestra idea comentar posibles ampliaciones y problemas abiertos relacionados con los asuntos desarrollados en el curso.

Enfoque evaluativo

Se analizarán ejercicios propuestos y exposiciones orales sobre temas concretos del programa.